



افشین خاصه خان

# کجاستید؟

## معادله یا اتحاد؟ مشابه‌های متفاوت!

جای  $x$  قرار بده.

فاطمه دست به کار شد:  $2 \times 7 - 1 = \frac{7+1}{2} + 3 \rightarrow 13 \neq 7$  و

گفت: «در اولی که برقرار نشد، در دومی امتحان می‌کنم:

$$2 \times 7 - 1 = 2 - \frac{6 - 4 \times 7}{2} \rightarrow 13 = 2 - \frac{6 - 28}{2}$$

$$\rightarrow 13 = 2 - \frac{-22}{2} \rightarrow 13 = 2 + 11 = 13$$

در دومی برقرار شد.»

گفتم: «بسیار خوب، حالا برای یک عدد دلخواه دیگر هم امتحان کن.»

فاطمه گفت: «می‌توانم عددی اعشاری در نظر بگیرم؟» گفتم کاملاً آزادی. گفت  $2/7$ . به فاطمه گفتم: «اگر برایت خسته‌کننده نیست،  $2/7$  را هم در دو معادله قرار بده.»

فاطمه گفت: «نه انجام می‌دهم.»

$$2 \times 2/7 - 1 = \frac{2/7 + 1}{2} + 3 \rightarrow 4/4 \neq 4/85$$

فاطمه گفت دوباره در معادله اول تساوی برقرار نشد و من گفتم در معادله دوم آزمایش کن.

$$2 \times 2/7 - 1 = 2 - \frac{6 - 4 \times 2/7}{2} \rightarrow 4/4 = 2 - \frac{6 - 10/8}{2}$$

$$\rightarrow 4/4 = 2 - \frac{-4/8}{2} \rightarrow 4/4 = 2 + 2/4 = 4/4$$

بچه‌ها وقت شما بخیر. به درمانگاه ریاضی خوش آمدید. این بار قصد دارم درباره یکی از مراجعه‌کنندگانم با شما صحبت کنم. **فاطمه جلالی**، دختر یکی از دوستان قدیمی‌ام است که همراه پدرش به درمانگاه ریاضی مراجعه کردند. بعد از سلام و احوال‌پرسی و گپ مختصری با دوست قدیمی‌ام، آن‌ها را به اتاق اصلی راهنمایی کردم. از فاطمه خواستم مشکل خودش را مطرح کند. او بدون درنگ گفت اتحادها. پرسیدم کجای اتحادها؟ فاطمه گفت: «هم مفهومشان، هم اینکه من چرا باید آن‌ها را حفظ کنم و به چه درد ما می‌خورند. همچنین گاهی هم اشتباه‌های جزئی در نوشتن بعضی از آن‌ها دارم.»

معلوم بود که دانش‌آموز خوش‌فکری است و دوست دارد آنچه که انجام می‌دهد، بدون علت نباشد. گفتم: «فاطمه‌جان حاضری بحثی را با هم شروع کنیم؟»

گفت: «با کمال میل.» گفتم: «با مفهوم اتحاد شروع می‌کنیم. برای تفهیم بهتر دو معادله می‌نویسم تا آن‌ها را با هم مقایسه کنیم:

$$2x - 1 = \frac{x+1}{2} + 3 \quad \text{و} \quad 2x - 1 = 2 - \frac{6-4x}{2}$$

بعد از نوشتن معادله‌ها، فاطمه گفت: «الان من این دو معادله را حل کنم؟»

گفتم: «فعلاً نه. شما یک عدد کاملاً دلخواه بگو.»

فاطمه گفت: «مثلاً ۷.» گفتم: «حالا ۷ را در هر دو معادله به



فاطمه گفت: «باز هم در تساوی دوم برقرار شد.» من که تصور می‌کردم برای  $\frac{2}{7}$  برقرار نباشد، گفتم: «حالا من عددی را پیشنهاد می‌کنم. برای هر دو معادله ۳ را امتحان کن.» فاطمه دوباره محاسبات لازم را انجام داد و گفت ۳ در هر دو معادله برقرار شد. به فاطمه گفتم: «به شما ۱۰ دقیقه فرصت می‌دهم تا چند عدد دیگر غیر از این عددها را در هر دو معادله امتحان کنی و بعد بحث را با هم ادامه دهیم.» در این فرصت من به سراغ دوست قدیمی خودم رفتم. بعد از ۱۰ دقیقه فاطمه برای ادامه بحث اعلام آمادگی کرد. از او خواستم نظرش را بگوید. گفت: «هر دو معادله‌هایی هستند که در کلاس‌های هفتم و هشتم خوانده‌ایم. ۳ جواب معادله اول بود که شما پیشنهاد دادید. اما در معادله دوم هر عددی قرار دادم، برقرار شد.»

پرسیدم معادله را حل کردی؟ گفت الان آن را حل می‌کنم:

$$2x - 1 = 2 - \frac{6 - 4x}{2} \rightarrow 4x - 2 = 4 - (6 - 4x)$$

$$\rightarrow 4x - 2 = 4 - 6 + 4x \rightarrow 4x - 4x = -2 + 2 \rightarrow 0 = 0$$

چیزی باقی نماند!  
چرا؟ آنچه را که در آخر نوشته‌ای، بخوان.  
صفر، مساوی صفر.  
می‌توانی تفسیر کنی چه اتفاقی افتاد؟  
هر دو طرف تساوی صفر است؟  
جواب دادم نه. پرسید: «مگر هر دو طرف صفر نشد؟ مجهول که حذف شد! من چگونه آن را معنی کنم؟»  
گفتم: «فاطمه جان در این مرحله  $4x - 2 = 4 - 6 + 4x$ ، شما هر عدد به جای مجهول قرار بدهی، چه اتفاقی برایش می‌افتد؟»  
حذف می‌شود.  
بعد چه می‌شود؟  
در دو طرف تساوی دو عدد برابر می‌ماند ....  
بعد به یک‌باره گفتم: «الان متوجه شدم که چرا برای هر عدد برقرار شد. چون در دو طرف تساوی چهار برابر همان عدد ظاهر می‌شود که با هم حذف می‌شوند و دو عدد باقی‌مانده در دو طرف تساوی همیشه هر دو ۰ هستند.»  
به فاطمه گفتم: «تبریک می‌گویم، شما به مفهوم اتحاد رسیدی.»  
با تعجب گفتم: «مگر این معادله یک اتحاد است؟ هیچ شباهتی به اتحادهایی که خوانده‌ایم ندارد!»  
گفتم: «حق با توست. اما کسی نگفته است که اتحادها فقط همان‌هایی هستند که در کتاب شما آمده است. نسخه‌ای که می‌توانم در این مرحله برای شما تجویز کنم آن است که به‌عنوان کار در منزل پنج اتحاد بنویسی که همان شرایط بالا را داشته باشند.»  
با تعجب گفتم: «یعنی بی‌نهایت اتحاد می‌توان نوشت؟»

گفتم بله. پرسید: «پس چرا کتاب ما فقط چند اتحاد نوشته است و چرا ما باید آن‌ها حفظ کنیم؟»  
پرسیدم: «مشتاق هستی که بدانی؟» گفتم بله. گفتم: «سعی می‌کنم با اطلاعات قبلی شما به آن پاسخ دهم. می‌توانی بگویی چرا شما جدول ضرب را حفظ کرده‌ای؟»  
فاطمه گفت: «چون آن را در محاسبه‌هایم به کار می‌برم.»  
گفتم: «من به دنبال جواب عمیق‌تری هستم. یک سؤال دیگر می‌پرسم. شما برای کدام یک از دو جمع زیر می‌توانید ضرب بسازید؟»  
 $3+3+3+3$  و  $3+2+7+4$   
فاطمه به سرعت گفت آنکه چهار تا ۳ دارد. گفتم: «جدول ضرب برای حالت‌های خاصی از جمع کردن (جمع عددهای همانند) تشکیل شده است و به قول شما سرعت محاسبه را افزایش می‌دهد. برای سایر جمع‌ها نیست. در اتحادها هم تقریباً حاصل ضرب چند جمله‌ای‌هایی گلچین شده‌اند که حالت‌های خاصی دارند. آن‌ها، هم راحت‌تر در یاد می‌مانند و هم در محاسبه‌ها به‌طور مکرر پیش می‌آیند. پس همانند جدول ضرب می‌توانند سرعت محاسبه‌های ما را افزایش بدهند. مثلاً اتحاد مربع دو جمله‌ای، همچنان که از نامش معلوم است، از ضرب یک دو جمله‌ای در خودش حاصل می‌شود. یا اتحاد مزدوج از حاصل ضرب یک دو جمله‌ای در مزدوج خودش و همین‌طور بقیه. اما اتحادی که من در ابتدای بحث نوشتیم، به ندرت ممکن است اتفاق بیفتد و حالت خاصی نیست. قالب‌سازی برای حفظ کردن آن هم بی‌معنی به نظر می‌رسد. اما اتحادی همچون اتحاد مربع، به علت پرکاربرد بودن در محاسبه‌ها، ارزش قالب‌سازی دارد. یعنی به جای اینکه:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

در هر محاسبه نوشته شود، فقط قالب  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  به خاطر سپرده می‌شود.»  
فاطمه: «گفت اتفاقاً من گاهی این قالب را به‌صورت  $(a+b)^2 = a^2 + b^2$  می‌نوشتیم که اینجا متوجه اشتباهم شدم.»  
گفتم: «پس لازم است داروهای درمانی هم برای این مشکل تجویز شود. توصیه می‌کنم با این پیش‌زمینه ذهنی حتماً متن کتاب نهم، فصل اتحادها را با دقت بخوانی و گام به گام با فعالیت‌ها پیش بروی. سپس کار در کلاس‌ها و تمرین‌های آن را حل کنی. در پایان بیست سؤال از همین اتحادهای پرکاربرد را می‌توانی طراحی کنی و چند روز بعد آن‌ها را جواب بدهی. می‌توانی برای تسلط بیشتر از منابع و کتاب‌های مورد تأیید آموزش و پرورش هم استفاده کنی، اما به شرطی که در پیدا کردن راه‌حل (موقع رسیدن به بن‌بست)، مقاومت به خرج دهی و فوراً به پاسخ‌نامه تشریحی مراجعه نکنی.»  
فاطمه تشکر کرد و گفت حتماً این توصیه‌ها را موبه‌مو انجام خواهد داد. با دوست قدیمی‌ام و فاطمه خداحافظی و آن‌ها را تا در ورودی بدرقه کردم.